

ДИАГНОСТИКА НЕЛИНЕЙНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ СТАЦИОНАРНЫХ ПЛАНЕТАРНЫХ ВОЛН

*К.А. Диденко^{1, 2}, Т.С. Ермакова², А.В. Коваль¹,
А.И. Погорельцев^{1, 2}*

¹ Санкт-Петербургский государственный университет

² Российский государственный гидрометеорологический университет,
didenko.xeniya@yandex.ru

Представлен метод анализа нелинейных взаимодействий стационарных планетарных волн на основе уравнения баланса потенциальной энтропии. С использованием данных реанализа ERA5, показано, что во время развития внезапного стратосферного потепления (ВСП) происходит усиление нелинейных взаимодействий волна — волна. Наибольший вклад в изменчивость возмущения потенциальной энтропии вносят слагаемые, отвечающие за взаимодействие волны со средним потоком, причем адвективный перенос наиболее значим перед развитием события ВСП.

Ключевые слова: стационарные планетарные волны, потенциальный вихрь Эртеля, энтропия.

DIAGNOSTICS OF NONLINEAR INTERACTION OF STATIONARY PLANETARY WAVES

K.A. Didenko^{1, 2}, T.S. Ermakova², A.V. Koval¹, A.I. Pogoreltsev^{1, 2}

¹ St. Petersburg State University

² Russian State Hydrometeorological University

The article considers a method to analyze nonlinear interactions of stationary planetary waves. The method is based on the potential enstrophy balance equation. The ERA5 reanalysis results have proved that nonlinear wave-wave interactions are amplified during the development of sudden stratospheric warming (SSW). Factors responsible for interaction between waves and mean flow make a significant contribution to the variability of the eddy potential enstrophy, the advective transport being most noticeable before the SSW event.

Keywords: stationary planetary waves, Ertel's potential vorticity, enstrophy.

Введение

Одним из основных объектов исследования динамических процессов в стратосфере являются волны планетарного масштаба. В настоящей работе рассматриваются вынужденные волны, такие как стационарные планетарные волны (СПВ). С одной стороны, взаимодействуя со средним потоком, СПВ приводят к торможению (иногда даже обращению) стратосферного струйного течения зимой, а с другой стороны, условия их распространения зависят от среднего потока. В результате возникают так называемые стратосферные васцилляции, т. е. нерегулярные колебания амплитуды СПВ и интенсивности среднего потока [6]. Такие эффекты обусловлены главным образом нелинейным взаимодействием по типу волна — волна и волна — средний поток в стратосфере. Кроме этих нерегулярных колебаний

среднего потока и амплитуды СПВ, наблюдаются также долгопериодные осцилляции в тропиках (Эль-Ниньо — Южное колебание (ЭНЮК), осцилляция Маддена — Джулиана (ОМД) и т.д.), которые оказывают существенное влияние на динамику внетропической стратосферы [1—3]. Для диагностики и интерпретации процессов, ответственных за такое воздействие, необходимо также привлекать анализ нелинейного взаимодействия ЭНЮК и ОМД со средним потоком на высотах тропосферы, которое приводит к изменению последнего и вследствие этого к изменению условий распространения СПВ из тропосферы в стратосферу. В настоящей работе рассмотрен способ такого анализа, основанный на исследовании изменчивости возмущения потенциальной энтропии (квадрат потенциального вихря Эртеля), обусловленной нелинейными взаимодействиями по типу волна — средний поток и волна — волна [8]. Целью настоящей работы является исследование вклада различных слагаемых в баланс возмущения потенциальной энтропии для стационарных планетарных волн с зональным волновым числом $m = 1$ (СПВ1) и $m = 2$ (СПВ2).

Уравнение баланса вихревой потенциальной энтропии

Для того чтобы получить уравнение баланса вихревой потенциальной энтропии, рассмотрим уравнение для возмущения потенциального вихря Эртеля в \log -изобарической системе координат [5]:

$$\frac{\partial P'}{\partial t} = -\bar{V}' \cdot \bar{\nabla} P' - \bar{V}' \cdot \bar{\nabla} \bar{P} - \bar{\bar{V}} \cdot \bar{\nabla} P' + R', \quad (1)$$

где P — потенциальный вихрь Эртеля, равный скалярному произведению абсолютной завихренности на градиент потенциальной температуры, деленному на фоновую плотность; \bar{V} — вектор скорости ветра; R — вклад неадиабатических притоков тепла и/или диссипативных слагаемых, которые не могут быть оценены из наблюдений; a — радиус Земли; λ , φ , z — долгота, широта и высота. Черта сверху означает зональное осреднение, а штрихи — возмущения, т. е. отклонения от зонально осредненных значений.

Для того чтобы получить уравнения баланса возмущения потенциальной энтропии для СПВ с разными волновыми числами, необходимо понять, как они могут взаимодействовать друг с другом. Когда сигнал, состоящий из двух косинусоидальных волн с зональными волновыми числами и частотами (m_1, ω_1) и (m_2, ω_2) , проходит через некоторую нелинейную квадратичную систему, то сигналом на выходе этой системы будет являться вторичная волна $(2m_1, 2\omega_1)$, $(2m_2, 2\omega_2)$, $(m_1 - m_2, \omega_1 - \omega_2)$ или $(m_1 + m_2, \omega_1 + \omega_2)$ [9]. Обычно рассматривают только разностную и суммарную вторичные волны, предполагая, что нелинейное самовзаимодействие незначительно (первые две вторичные волны).

Такой подход справедлив в случае квазипоперечных волн (гравитационные волны или приливы). В таких типах адвективные слагаемые становятся значимыми только при очень больших амплитудах [4]. Стационарные планетарные волны не являются квазипоперечными, поэтому для правильного описания генерации

вторичных волн необходимо учитывать волновое самовзаимодействие. Таким образом, вторичные СПВ с зональным волновым числом 2 будут генерироваться в результате нелинейных взаимодействий СПВ1 — СПВ3 и в случае самовзаимодействия СПВ1, а вторичные СПВ1 — при взаимодействии СПВ1 — СПВ2 и СПВ2 — СПВ3. В результате уравнения для СПВ1 и СПВ2, аналогичные уравнению (1), запишутся следующим образом:

$$\frac{\partial P'_1}{\partial t} = -\bar{V}'_1 \cdot \bar{\nabla} P'_2 - \bar{V}'_2 \cdot \bar{\nabla} P'_1 - \bar{V}'_2 \cdot \bar{\nabla} P'_3 - \bar{V}'_3 \cdot \bar{\nabla} P'_2 - \bar{V}' \cdot \bar{\nabla} P' - \bar{V}'_1 \cdot \bar{\nabla} \bar{P}_1 + R'_1, \quad (2)$$

$$\frac{\partial P'_2}{\partial t} = -\bar{V}'_1 \cdot \bar{\nabla} P'_1 - \bar{V}'_1 \cdot \bar{\nabla} P'_3 - \bar{V}'_3 \cdot \bar{\nabla} P'_1 - \bar{V}' \cdot \bar{\nabla} P' - \bar{V}'_2 \cdot \bar{\nabla} \bar{P}_2 + R'_2, \quad (3)$$

где подстрочные индексы означают зональное волновое число.

Чтобы получить выражение для баланса возмущения потенциальной энтропии, являющейся квадратом потенциального вихря Эртеля, умножим уравнения (2) и (3) на P' и усредним по долготе:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{P}'^2}{\partial t} = & -\overline{P'_1(\bar{V}'_1 \cdot \bar{\nabla} P'_2)} - \overline{P'_1(\bar{V}'_2 \cdot \bar{\nabla} P'_1)} - \overline{P'_1(\bar{V}'_2 \cdot \bar{\nabla} P'_3)} - \overline{P'_1(\bar{V}'_3 \cdot \bar{\nabla} P'_2)} - \\ & - \overline{P'_1(\bar{V}' \cdot \bar{\nabla} P'_1)} - \overline{P'_1(\bar{V}'_1 \cdot \bar{\nabla} \bar{P})} + \overline{P'_1 R'_1}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \bar{P}'^2}{\partial t} = -\overline{P'_2(\bar{V}'_1 \cdot \bar{\nabla} P'_1)} - \overline{P'_2(\bar{V}'_1 \cdot \bar{\nabla} P'_3)} - \overline{P'_2(\bar{V}'_3 \cdot \bar{\nabla} P'_1)} - \overline{P'_2(\bar{V}' \cdot \bar{\nabla} P'_2)} - \overline{P'_2(\bar{V}'_2 \cdot \bar{\nabla} \bar{P})} + \overline{P'_2 R'_2}. \quad (5)$$

Преобразованное уравнение возмущения потенциальной энтропии

Преобразуем выражения (4) и (5). Добавим к правой части уравнений для СПВ1 и СПВ2 соответственно

$$\pm \bar{P} \left(\overline{\bar{V}'_1 \cdot \bar{\nabla} P'_1} \right), \quad (6)$$

$$\pm \bar{P} \left(\overline{\bar{V}'_2 \cdot \bar{\nabla} P'_2} \right). \quad (7)$$

Объединим предпоследнее слагаемое уравнений (4) и (5) с выражениями (6) и (7) со знаком минус. Тогда с учетом того, что

$$\frac{P' \bar{P} \operatorname{div}(\rho_0 \bar{V}')}{\rho_0} = 0, \quad (8)$$

где ρ_0 — фоновая плотность, являющаяся функцией только от высоты, уравнения баланса возмущения потенциальной энтропии для СПВ1 и СПВ2 принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial \overline{P_1^2}}{\partial t} = & -\overline{P_1'(\overline{V_1'} \cdot \nabla \overline{P_2'})} - \overline{P_1'(\overline{V_2'} \cdot \nabla \overline{P_1'})} - \overline{P_1'(\overline{V_2'} \cdot \nabla \overline{P_3'})} - \overline{P_1'(\overline{V_3'} \cdot \nabla \overline{P_2'})} - \\ & - \frac{1}{\rho_0} \operatorname{div}(\rho_0 \overline{P P_1' \overline{V_1'}}) - \overline{P_1'(\overline{V} \cdot \nabla \overline{P_1'})} + \overline{P(\overline{V_1'} \cdot \nabla \overline{P_1'})} + \overline{P_1' R_1'}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{\partial \overline{P_2^2}}{\partial t} = & -\overline{P_2'(\overline{V_1'} \cdot \nabla \overline{P_1'})} - \overline{P_2'(\overline{V_1'} \cdot \nabla \overline{P_3'})} - \overline{P_2'(\overline{V_3'} \cdot \nabla \overline{P_1'})} - \frac{1}{\rho_0} \operatorname{div}(\rho_0 \overline{P P_2' \overline{V_2'}}) - \\ & - \overline{P_2'(\overline{V} \cdot \nabla \overline{P_2'})} + \overline{P(\overline{V_2'} \cdot \nabla \overline{P_2'})} + \overline{P_2' R_2'}. \end{aligned} \quad (10)$$

Левые части уравнений (9) и (10) можно принять в качестве меры изменчивости волновой активности [10]. Первые четыре слагаемых уравнения (9) и первые три слагаемых уравнения (10) в правой части описывают взаимодействие по типу волна — волна; далее стоят дивергенция потока, адвективное слагаемое, взаимодействие волны со средним потоком и диссипация, которая не может быть оценена из наблюдений.

Аналогично можно получить уравнение баланса для среднего зонального значения потенциальной энтропии:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \overline{P^2}}{\partial t} = -\frac{\overline{P}}{\rho_0} \operatorname{div}(\rho_0 \overline{P \overline{V}}) - \overline{P(\overline{V_1'} \cdot \nabla \overline{P_1'})} - \overline{P(\overline{V_2'} \cdot \nabla \overline{P_2'})} + \overline{P R}. \quad (11)$$

Наблюдение ВСП в январе 2013 г.

В начале января 2013 г. наблюдалось сильное (major) событие ВСП. Во время этого явления волновая активность обычно усиливается. На рис. 1—5

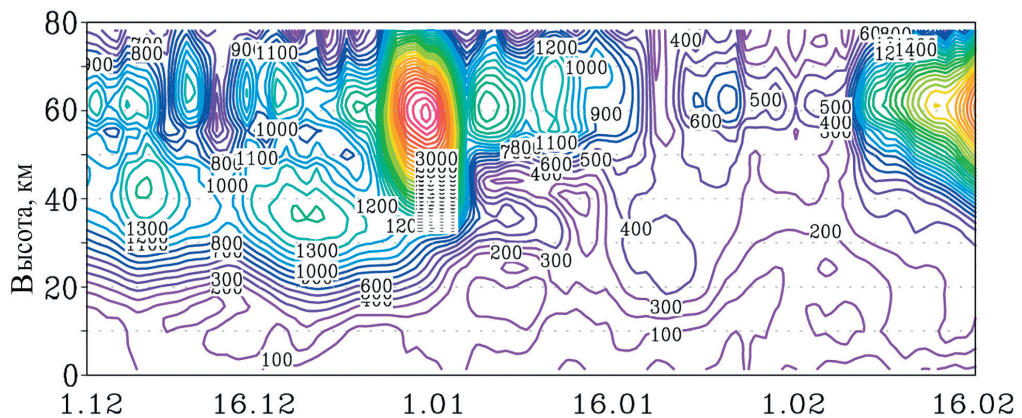


Рис. 1. Высотно-временное распределение амплитуды зональной гармонике с $m = 1$ в геопотенциальной высоте (м) на $62,5^\circ$ с.ш. за декабрь 2012 г. и январь — февраль 2013 г. Данные *UK Met Office*.

представлены данные *UK Met Office* за рассматриваемый временной интервал. Поскольку эти данные доступны до уровня 0,01 гПа, их предпочтительнее (по сравнению с данными других современных реанализов) использовать для демонстрации поведения основных атмосферных характеристик до высот мезосферы.

Значительное увеличение амплитуды СПВ1 наблюдалось в начале января 2013 г. (рис. 1). На всех рисунках по оси ординат указана \log -изобарическая высота $z = -H \cdot \ln(p/p_s)$, где $H = 7$ км, p — давление, $p_s = 1000$ гПа. В это же время происходило сильное изменение среднего зонального потока в стратосфере, вплоть до обращения направления (рис. 2). Практически одновременно наблюдалось сильное внезапное стратосферное потепление (рис. 3). Отметим, что во время события ВСП наблюдается резкое уменьшение амплитуды СПВ1 и увеличение амплитуды СПВ2 (рис. 4) и СПВ3 (рис. 5).

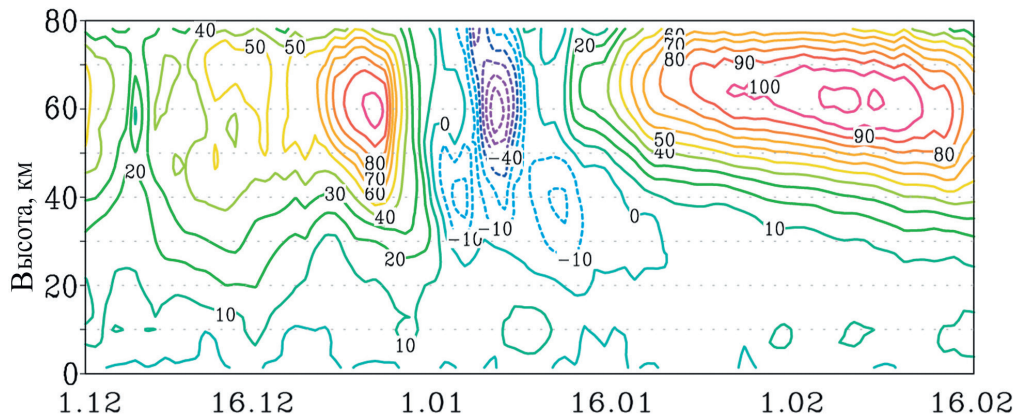


Рис. 2. Высотно-временное распределение среднего зонального ветра (м/с) на 62,5° с.ш. за декабрь 2012 г. и январь — февраль 2013 г. Данные *UK Met Office*.

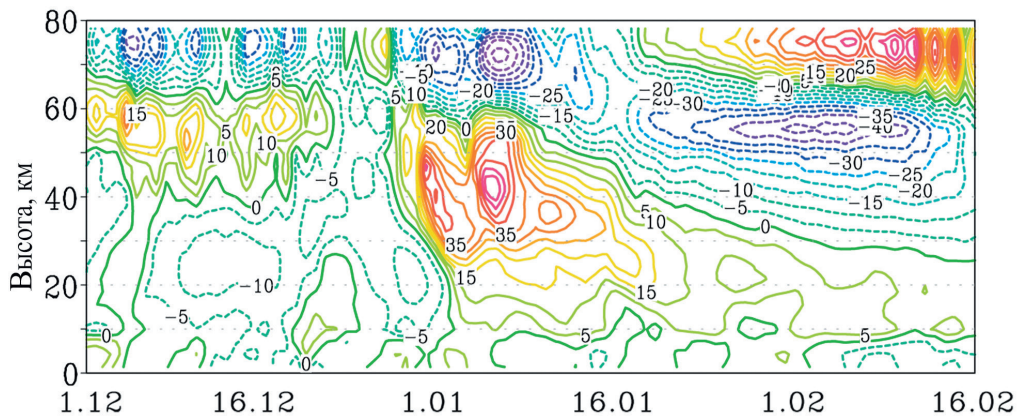


Рис. 3. Высотно-временное распределение изменения средней зональной температуры (К) на 62,5° с.ш. за декабрь 2012 г. и январь — февраль 2013 г. Данные *UK Met Office*.

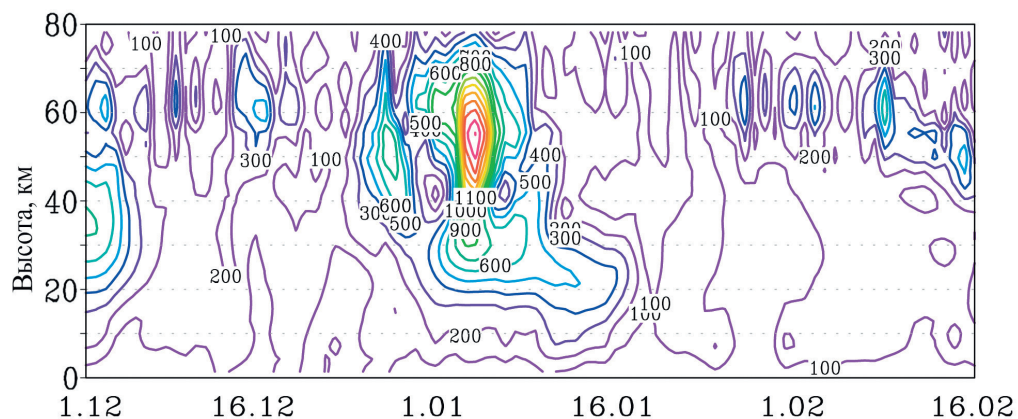


Рис. 4. Высотно-временное распределение амплитуды зональной гармоники с $m = 2$ в геопотенциальной высоте (м) на $62,5^\circ$ с.ш. за декабрь 2012 г. и январь — февраль 2013 г. Данные *UK Met Office*.

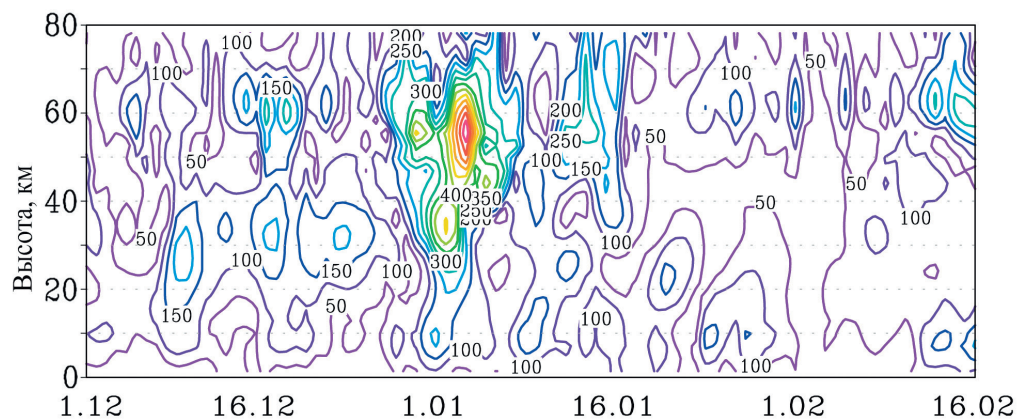


Рис. 5. Высотно-временное распределение амплитуды зональной гармоники с $m = 3$ в геопотенциальной высоте (м) на $62,5^\circ$ с.ш. за декабрь 2012 г. и январь — февраль 2013 г. Данные *UK Met Office*.

Нелинейные взаимодействия волна — волна и волна — средний поток

Для того чтобы рассмотреть вклад различных слагаемых в уравнениях баланса возмущения потенциальной энтропии во время развития ВСП в январе 2013 г., было решено использовать данные реанализа *ERA5 European Centre for Medium-Range Weather Forecasts*. Данные охватывают период с 1979 г. по настоящее время и доступны только до высоты примерно 47 км. Архив *ERA5* предоставляет часовые данные (в отличие от *UK Met Office*, данные которого поставляются

только раз в сутки). Это и послужило причиной решения использовать данные ERA5, так как в дальнейшем предполагается рассмотреть также нелинейное взаимодействие атмосферных приливов с планетарными волнами и средним потоком.

На основе данных реанализа ERA5 был рассчитан вклад разных слагаемых уравнений (9) — (11). Расчеты проводились для высоты 40 км и усреднены в полосе 52,5—62,5° с.ш. с весом косинус широты. На рис. 6 показаны слагаемые для среднего зонального значения потенциального вихря Эртеля в уравнении потенциальной энтропии. На рис. 6 и всех последующих рисунках значения по оси ординат приведены в единицах $10^{12}(\text{кг}\cdot\text{м}^{-3})^2\cdot\text{PVU}^2/\text{сут}$, где 1PVU (Potential Vorticity Unit) = $10^{-6}\text{ К}\cdot\text{м}^2\cdot\text{кг}^{-1}\cdot\text{с}^{-1}$ [7].

Анализ результатов показывает, что слагаемые, отвечающие за взаимодействие волны со средним потоком, вносят вклад не только во время события ВСП, но и за несколько дней до его наступления. Во время развития потепления усиливается взаимодействие по типу волна — волна в стратосфере (рис. 7). Кроме того, можно отметить, что до события ВСП существенный вклад вносят адвективные слагаемые (кривая 2 на рис. 6), характеризующие вынос потенциальной энтропии из рассматриваемой широтной полосы. Наблюдается этот эффект не только при анализе среднего зонального уравнения, но и для значений возмущения потенциальной энтропии, что будет показано ниже.

Стоит отметить, что стационарная планетарная волна с волновым числом 1 определяет генерацию волн во время ВСП. В то же время наименьший вклад в баланс возмущения потенциальной энтропии вносит слагаемое, отвечающее за генерацию СПВ2 в результате самовзаимодействия СПВ1.

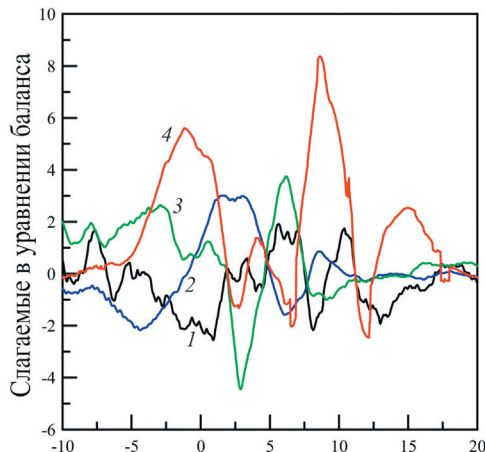


Рис. 6. Слагаемые в уравнении баланса средней зональной потенциальной энтропии на высоте 40 км за период 20 декабря 2012 г. — 20 января 2013 г.

1 — изменение во времени, 2 — адвективные слагаемые, 3 — обменные слагаемые для СПВ1, 4 — для СПВ2.

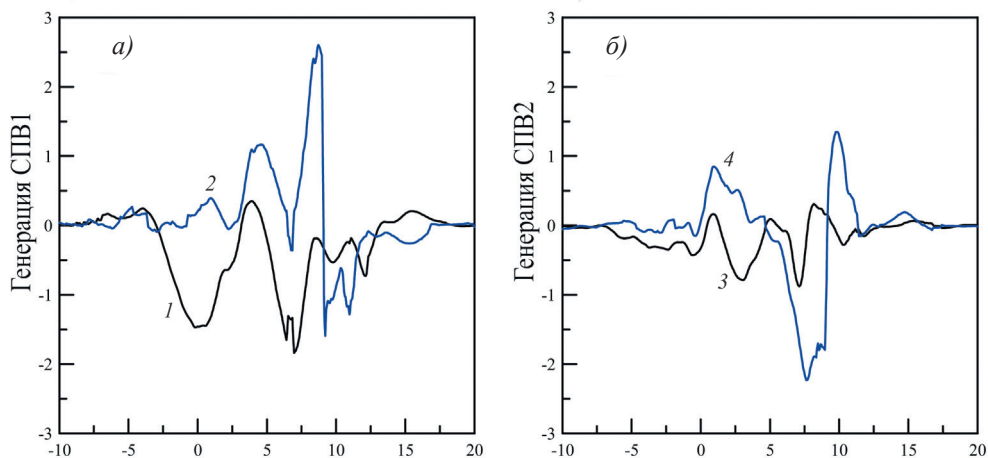


Рис. 7. Слагаемые, отвечающие за взаимодействие по типу волна — волна в балансе возмущения потенциальной энтропии на высоте 40 км за период 20 декабря 2012 г. — 20 января 2013 г.

a) генерация СПВ1: взаимодействие СПВ1 — СПВ2 (1) и СПВ2 — СПВ3 (2);
б) генерация СПВ2: самовзаимодействие СПВ1 (3) и СПВ1 — СПВ3 (4).

На основе результатов расчета слагаемых уравнений (9) и (10) можно оценить выполнение баланса возмущения потенциальной энтропии. На рис. 8 показано изменение волновой активности во времени. Событие ВСП сопровождается уменьшением активности СПВ1 и увеличением с последующим уменьшением активности СПВ2.

Для того чтобы определить, какими слагаемыми обусловлены изменения волновой активности во времени, на рис. 9—11 представлены результаты расчета для СПВ1 и СПВ2. На рис. 9 приведены слагаемые, отвечающие за взаимодействие по типу волна — средний поток, дивергенция потока потенциальной энтропии и разность этих величин. Из рисунка видно, что эти слагаемые вносят вклад в баланс во время события ВСП, а в случае СПВ2 и за несколько дней до его наступления. Разница между дивергенцией потока потенциальной энтропии и обменными слагаемыми, отвечающими за взаимодействие СПВ со средним потоком, балансируется адвективными (черная кривая 1 на рис. 10) и/или диссипативными слагаемыми. Стоит отметить, что, как и в случае анализа среднего зонального значения потенциальной энтропии, адвективные слагаемые вносят вклад в баланс до момента наступления ВСП.

На рис. 11 представлен вклад основных слагаемых в баланс вихревой потенциальной энтропии. Результаты для СПВ1 демонстрируют уменьшение волновой активности, сопровождающееся увеличением взаимодействия по типу волна — волна во время внезапного стратосферного потепления. Обратная ситуация наблюдается для СПВ2.

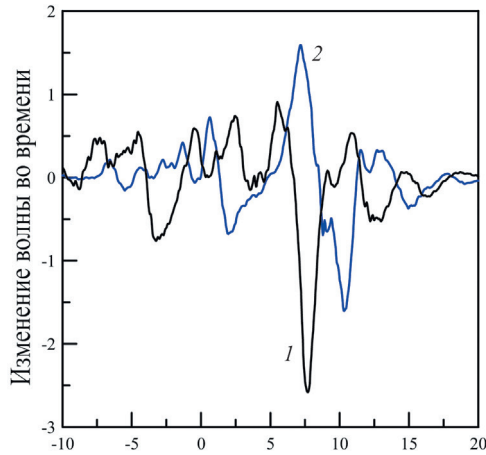


Рис. 8. Слагаемые, отвечающие за эволюцию волны в балансе возмущения потенциальной энтропии на высоте 40 км за период 20 декабря 2012 г. — 20 января 2013 г.

1 — СПВ1, 2 — СПВ2.

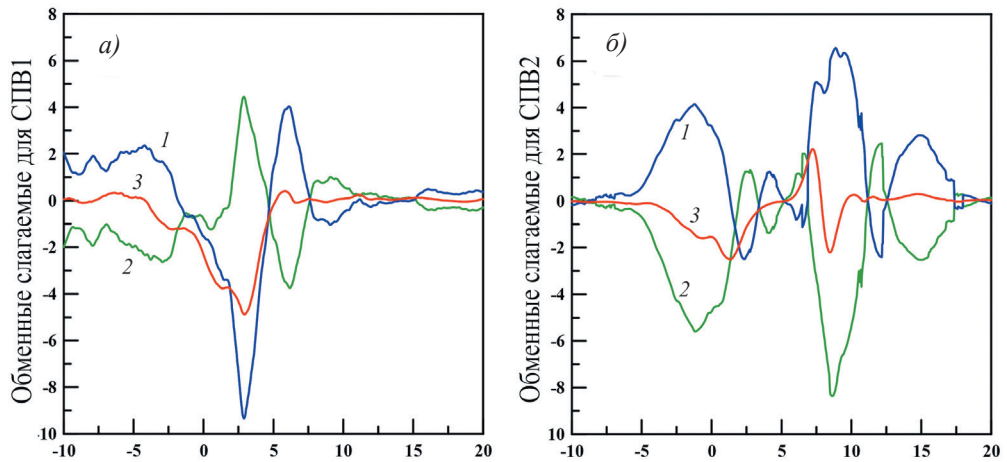


Рис. 9. Слагаемые, отвечающие за взаимодействие волна — средний поток в уравнении баланса возмущения потенциальной энтропии на высоте 40 км за период 20 декабря 2012 г. — 20 января 2013 г. для СПВ1 (а) и СПВ2 (б).

1 — дивергенция,

2 — обменные со средним потоком слагаемые,

3 — разность дивергенции и обменных со средним потоком слагаемых.

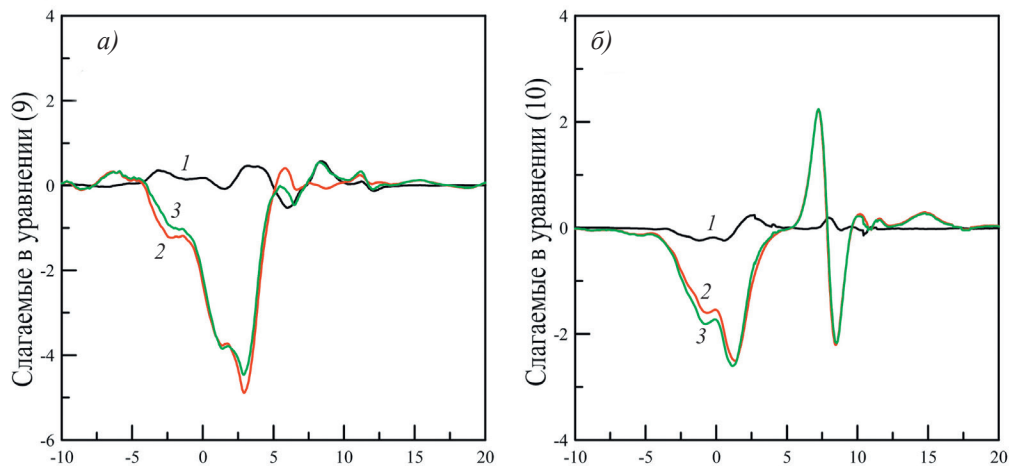


Рис. 10. Слагаемые в балансе возмущения потенциальной энтропии на высоте 40 км за период 20 декабря 2012 г. — 20 января 2013 г. для СПВ1 (а), СПВ2 (б).

1 — адвективные слагаемые, 2 — разность дивергенции и обменных слагаемых, 3 — сумма дивергенции и обменных слагаемых.

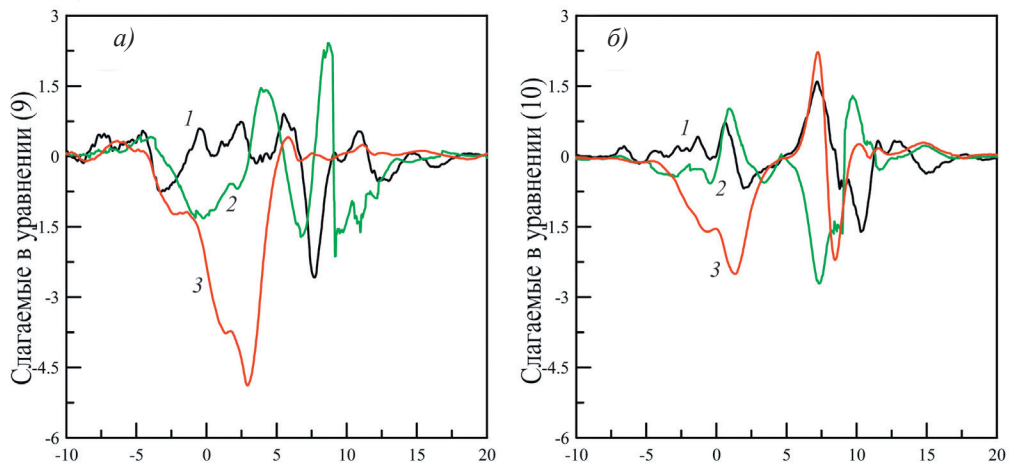


Рис. 11. Слагаемые в балансе возмущения потенциальной энтропии на высоте 40 км за период 20 декабря 2012 г. — 20 января 2013 г. для СПВ1 (а), СПВ2 (б).

1 — изменение потока потенциальной энтропии во времени;
 2 — слагаемые, отвечающие за генерацию волн;
 3 — разность дивергенции и обменных слагаемых.

Заключение

В настоящей работе представлен метод исследования нелинейных взаимодействий на основе уравнения возмущения потенциальной энтропии. Результаты расчета показали вклад различных слагаемых в уравнения баланса возмущения и средней потенциальной энтропии. Отмечается, что событие ВСП характеризуется усилением нелинейных взаимодействия по типу волна — средний поток и по типу волна — волна. Увеличение адвективных слагаемых перед событием ВСП, позволяет сформулировать задачу для поиска возможных предвестников таких событий. Уравнения баланса (9) и (10) можно использовать при диагностике волновых процессов различных типов и периодов, например при нелинейном взаимодействии атмосферных приливов друг с другом или со стационарными планетарными волнами.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ в рамках научного проекта № 19-17-00198. Авторы благодарят рецензента профессора Г.М. Шведа за внимание к статье и полезные замечания, которые позволили существенно улучшить изложение материала.

Список литературы

1. Кандиева К.К., Анискина О.Г., Погорельцев А.И. Влияние осцилляции Маддена — Джулиана на интенсивность и структуру полярного вихря // Ученые записки РГГМУ. 2018. № 50. С. 18—27.
2. Кандиева К.К., Анискина О.Г., Погорельцев А.И., Зоркальцева О.С., Мордвинов В.И. Влияние осцилляции Маддена — Джулиана и квазидвухлетнего колебания на динамику внетропической стратосферы // Геомагнетизм и аэрономия. 2019. Т. 59, № 1. С. 114—124.
3. Ermakova T.S., Aniskina O.G., Statnaya I.A., Motsakov M.A., Pogoreltsev A.I. Simulation of the ENSO influence on the extra-tropical middle atmosphere // Earth, Planets and Space. 2019. V. 71:8.
4. Pogoreltsev A.I. Numerical simulation of secondary planetary waves arising from the nonlinear interaction of the normal atmospheric modes // Phys. Chem. Earth (Part C). 2001. V. 26, No. 6. P. 395—403.
5. Andrews D.G. On the interpretation of the Eliassen-Palm flux divergence // Quart. J. Roy. Met. Soc. 1987. V. 113. P. 323—338.
6. Holton J. R., Mass C. Stratospheric vacillation cycles // J. Atmos. Sci. 1976. V. 33. P. 2218—2225.
7. McIntyre M.E. Dynamical meteorology: potential vorticity // Encyclopedia of Atmospheric Sciences. Second Ed. 2014. V. 2. P. 375—383.
8. Smith A. K. Observation of wave-wave interactions in the stratosphere // J. Atmos. Sci. 1983. P. 2484—2493.
9. Spizzichino A. Etude des interactions entre les differentes composantes du vent dans la haute atmosphere // Ann. Geophys. (3e. Partie) 1969. V. 25, No. 4. P. 773—783.
10. White I.P., Hua L., Mitchell N.J., Phillips T. Dynamical response to the QBO in the Northern winter stratosphere: signatures in wave forcing and eddy fluxes of potential vorticity // J. Atmos. Sci. 2015. P. 4487—4507.